

# 同餘算數 - 加法



## ✿ 同餘加法 (Modular Addition)

- ◆  $(a + b) \bmod n$
- ◆  $6+7 \equiv 3$  或  $13 \equiv 3 \pmod{10}$
- ◆ 0 ~ 9 之間的同餘加法 (Modulo 10),  $n=10$
- ◆ 具有  $[(a \bmod n) + (b \bmod n)] \bmod n = (a + b) \bmod n$
- ◆ 驗證：  $[(48 \bmod 15) + (66 \bmod 15)] \bmod 15 = (48 + 66) \bmod 15$
- ◆ 左邊 =  $[3+6] \bmod 15 = 9$  右邊 =  $114 \bmod 15 = 9$

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8



# 同餘算數 - 加法



## ✿ 具有反向暗門特性

- ◆  $K_E + K_D = 10$
- ◆  $(K_D + K_E) \bmod 10 \equiv 0$
- ◆  $y + y^{-1} \bmod n \equiv 0$

公開鑰匙 ( $K_E$ ):	1	2	3	4	5	6	7	8	9
私有鑰匙 ( $K_D$ ):	9	8	7	6	5	4	3	2	1

## ✿ 驗證:

- ◆  $K_E = 3$ 、 $K_D = 7$ 、 $(K_D + K_E) \bmod 10 \equiv 0$ 、 $n=10$
- ◆  $M = 5$
- ◆ 加密:  $C = K_E + M = 3 + 5 = 8$
- ◆ 解密:  $M' = K_D + C = (7 + 8) \bmod n = 15 \bmod 10 = 5$
- ◆  $M' = M$
- ◆ 則 7 是 3 的反向按門。

